

1 Étudier des listes de nombres

ALGO

On considère les trois listes infinies de nombres suivantes.

- Liste 1 : $-8; -5; -2; 1; \dots$
- Liste 2 : $0,125; 0,25; 0,5; 1; \dots$
- Liste 3 : $0; 1; 4; 9; \dots$

1 Poursuivre chaque liste, de manière logique, en donnant les deux nombres qui suivent.

2 Chaque liste constitue une **suite de nombres** qu'on appellera **suite numérique**. On notera respectivement ces suites u , v et w .

Après avoir lu le point Info ci-contre, répondre aux questions suivantes.

a. Donner le deuxième terme de la suite u . Comment peut-on le noter ?

b. Donner le deuxième terme de la suite v et le troisième terme de la suite w .

c. Déterminer les valeurs de u_2 , u_4 , v_2 et w_3 .

3 a. Parmi les formules proposées, laquelle permet d'obtenir u_n en fonction de son rang n ? Cette formule est la **formule explicite** de la suite u .

- $u_n = n + 3$
- $u_n = -8 + 3n$
- $u_n = -8n + 3$

b. Conjecturer la formule explicite de la suite v , puis de la suite w .

c. Déterminer u_{20} , v_{10} et w_6 .

$u_n \rightarrow$ terme de la suite u d'indice n .

1) $-8; -5; -2; 1; 4; 7; \dots$ u

$+3$ $+3$ $+3$

u_0 u_1 u_2 u_3 u_4 u_5

$0,125; 0,25; 0,5; 1; 2; 4; \dots$ v

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

v_0 v_1 v_2 v_3 v_4 v_5

$0; 1; 4; 9; 16; 25; \dots$ w

0^2 1^2 2^2 3^2 4^2 5^2

w_0 w_1 w_2 w_3 w_4 w_5

2) a) $-5 = u_1$

b) $0,25 = v_1$

$4 = w_2$

c) $u_2 = -2$ $v_2 = 0,5$

$u_4 = 4$ $w_3 = 9$

Rg 0 1 2 ... n-1 n n+1 ...

terme u_0 u_1 u_2 ... u_{n-1} u_n u_{n+1}

$+3$ $+3$ $+3$ $+3$

$u_{n+1} = u_n + 3$

↳ suite déf par récurrence

→ $v_{n+1} = 2v_n$

$w_n = n^2$

↳ suite déf de façon explicite (en fonction de n)

- 3 a. Parmi les formules proposées, laquelle permet d'obtenir u_n en fonction de son rang n ? Cette formule est la formule explicite de la suite u .
- ~~$u_n = n + 3$~~
 - $u_n = -8 + 3n$
 - ~~$u_n = -8n + 3$~~
- b. Conjecturer la formule explicite de la suite v , puis de la suite w .
- c. Déterminer u_{20} , v_{10} et w_6 .

a)

$$u_0 = -8 + 3 \times 0 = -8$$

$$u_1 = -8 + 3 \times 1 = -5$$

$$u_2 = -8 + 3 \times 2 = -2$$

b) $v_n = 0,125 \times 2^n$

$$v_0 = 0,125 \times 2^0 = 0,125$$

$$v_1 = 0,125 \times 2 = 0,25$$

$$v_2 = 0,125 \times 4 = 0,5$$

$$v_3 = 0,125 \times 8 = 1$$

...

Cours : Ch 7: Suites numériques

I: Définition et représentation graphique

1) Déf:

exple: Liste des entiers impairs:

u_n 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13...

n 0 1 2 3 4 5 6...

* l'ensemble des "éléments" de cette suite de nb se note soit u soit plus généralement (u_n) et chaque terme se note u_n avec $n \in \mathbb{N}$.

On a ainsi $u_0 = 1$ $u_1 = 3$ $u_2 = 5$ $u_3 = 7$...

On a ainsi défini une suite numérique. On peut lui associer une fct définie sur $\mathbb{N}$ telle que:

$$u: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ n \mapsto u_n$$

Déf: Une suite numérique (u_n) est une liste ordonnée de nb réels telle qu'à lt entier naturel n , on associe un nb réel u_n . u_n est appelé terme de rang n (ou d'indice n) de la suite.

2) Modes de génération d'une suite

a) Suite définie de façon explicite

Lorsqu'on génère une suite de façon explicite, chaque terme de la suite est exprimé en fonction de son rang.

exemples: * (u_n) définie par $u_n = 3n^2 - 5$

* (v_n) définie par $v_n = 3^n - 2^{n+1}$

calculer $u_2 = 3 \times 2^2 - 5 = 7$

$$v_4 = 3^4 - 2^5 = 81 - 32 = 49$$

b) Suite définie par récurrence

Lorsqu'on génère une suite par récurrence, chaque terme de la suite est exprimé en fonction d'un (ou de plus) termes précédents, et de la donnée du (ou des) premiers termes.

exemples:
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 5 \end{cases}$$

$\underline{n=0}$ $u_1 = 3u_0 - 5 = 3 \times 2 - 5 = 1$

$\underline{n=2}$ $u_3 = 3u_2 - 5$ PG u_2 ?

$\underline{n=1}$ $u_2 = 3u_1 - 5 = 3 \times 1 - 5 = -2$

on peut calculer $u_3 = 3 \times (-2) - 5 = -11$

3) Représentation graphique

Dans un repère du plan, on représente une suite par un nuage de points de coordonnées $(n; u_n)$.

1 Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{2n}{n+2}$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1. La suite est-elle définie de manière explicite ou par récurrence ?

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

$$2) u_0 = 0$$

$$u_1 = \frac{2}{3}$$

$$u_2 = 1$$

$$u_3 = \frac{6}{5}$$

$$u_4 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

2 Mêmes questions avec la suite définie, pour tout entier naturel n , par :

$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = 0,75u_n + 0,5 \end{cases}$$

1. La suite est-elle définie de manière explicite ou par récurrence ?

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

$$\begin{aligned} \underline{n=0} \quad u_1 &= 0,75u_0 + 0,5 \\ &= 0,75 \times (-3) + 0,5 \\ &= -1,75. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=1 \quad u_2 &= 0,75u_1 + 0,5 \\ &= 0,75 \times (-1,75) + 0,5 \\ &= -0,8125. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=2 \quad u_3 &= 0,75u_2 + 0,5 \\ &= 0,75 \times (-0,8125) + 0,5 \\ &\approx -0,1094 \end{aligned}$$







